BAC 2004 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1 (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \text{Log}(x^2 - 2x + 2)$

Soit ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1)a- Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b- Montrer que la droite D d'équation x=1 est un axe de symétrie de ($\mathcal{C}$)

c- Préciser la branche infinie de ($\mathcal{C}$) au voisinage de $+\infty$.

d- Tracer la courbe ($\mathcal{C}$).

2) Soit F la fonction définie sur $[0; \frac{\pi}{2}[$ par $F(x) = \int_1^{1+\text{tg}x} \frac{dt}{t^2 - 2t + 2}$.

a- Montrer que F est dérivable sur $[0; \frac{\pi}{2}[$ et que $F'(x) = 1$.

b- En déduire que $F(x) = x$ et que $\int_1^2 \frac{dt}{t^2 - 2t + 2} = \frac{\pi}{4}$.

3)a- A l'aide d'une intégration par parties, montrer que

$$\int_1^2 f(x)dx = 2\text{Log}2 - 2\int_1^2 \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 2}dx$$

b- Vérifier que $\forall x \in IR; \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 2} = 1 + \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 2} - \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$

c- Calculer, alors, l'aire du domaine limité par la courbe ($\mathcal{C}$), l'axe des abscisses et les droites D : x = 1 et D' : x = 2.

EXERCICE 2 (4 points)

Une urne contient deux boules blanches numérotées 1 et 2 et trois boules rouges numérotées 1,2,2. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1/ On tire simultanément deux boules de l'urne.

a- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A « Tirer deux boules de couleurs différntes ».

B « Tirer deux boules de même numéro ».

b- Sachant que les deux boules tirées sont de couleurs différentes, calculer la probabilité pour qu'elles portent le même numéro.

2/ Dans cette question, l'épreuve consiste à tirer successivement et sans remise deux boules de l'urne. Soit X l'aléa numérique qui est égal au nombre des boules rouges tirées au cours de cette épreuve.